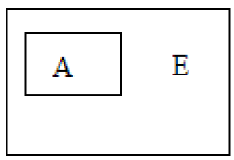
Proportions, cours, Première STG

1 Notion de proportion

Définition :

- Un ensemble fini E est appelé une ....
- Le nombre d'éléments n_E d'une population E est appelé son ....
- Une .... A est une partie de la population E.
- La .... p_A (*fréquence*) d'une sous population A de n_A éléments dans une population E de n_E éléments est le nombre

$$p_A = ...$$



Remarques :

- Une proportion est un nombre toujours compris ....
- Les proportions s'expriment sous la forme d'une .... ou d'un nombre décimal ou bien encore d'un pourcentage.

- On a $n_A =$ .... et $n_E =$ ....

Exemple :

On considère la population E des 3250 montres fabriquées en une journée par une entreprise. On a $n_E =$ .... La sous population A des 625 montres pour enfants a $n_A =$ .... éléments. La proportion de montres pour enfants par rapport à l'ensemble des montres fabriquées est

.... soit ..... % environ.

La sous population B de E des montres de sports représente 32 % des montres fabriquées en proportion donc

$n_B =$ .... soit 1040 montres.

2 Propriétés des proportions

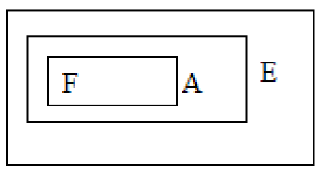
Définition :

Soient A et B deux sous populations d'une population E.
- L'intersection de A et B notée .... est l'ensemble des éléments de E qui sont dans A ..... dans B.
- La réunion de A et B notée .... est l'ensemble des éléments de E qui se trouvent dans A .... dans B.

Propriété :

- Soit A une partie d'une population E et F une partie de A. Alors la proportion p d'éléments de F dans E est .... de la proportion p_1 d'éléments de F dans A et de la proportion p_2 d'éléments de A dans E.
- En particulier, prendre $p_1\%$ puis $p_2\%$ d'un nombre revient à appliquer à ce nombre un pourcentage de

  ....%.



Preuve :

- Soient n_E, n_A et n_F les nombres d'éléments respectifs de E, A et F. La proportion de A dans E est $\frac{n_A}{n_E}$, celle de F dans A est $\frac{n_F}{n_A}$ et la proportion de F dans E est $\frac{n_F}{n_E}$. Or $\frac{n_A}{n_E}\frac{n_F}{n_A} = \frac{n_F}{n_E}$.
- Soit x le nombre de départ. Appliquer un pourcentage de $p_1\%$ revient à effectuer $x \times \frac{p_1}{100}$ puis appliquer un pourcentage de $p_2\%$ revient à calculer $x \times \frac{p_1}{100} \times \frac{p_2}{100}$ (on remarquera que l'ordre dans lequel on applique les pourcentages n'a pas d'importance). Soit p le pourcentage correspondant à l'application des deux pourcentages p_1 et p_2. On a donc $x \times \frac{p}{100} = x \times \frac{p_1}{100} \times \frac{p_2}{100}$ d'où $\frac{p}{100} = \frac{p_1}{100} \times \frac{p_2}{100}$ et donc $p = \frac{p_1 \times p_2}{100}$ ce qu'il fallait démontrer. On pouvait aussi directement remarquer que $\frac{p}{100} = \frac{p_1}{100}\frac{p_2}{100}$ d'après le premier point.

Exemple :

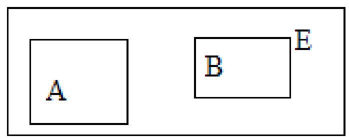
Dans un lycée, 20% des élèves sont en 1^{e}L et 40% des 1^{e}L sont demi-pensionnaires.

............% donc 8% des élèves sont en 1^{e}L et demi-pensionnaires dans ce lycée.

Propriété :

Si A et B sont deux parties disjointes (c'est à dire n'ayant aucun élément commun) d'une même population E et contenant n_A et n_B éléments respectivement, alors la proportion d'éléments dans A ou B par rapport à E est

....



Propriété :

Si A et B ont des éléments communs (dans une même population E : ....) et contenant respectivement n_A et n_B éléments, alors la proportion de $A \cup B$ dans E est :

$p_{A \cup B} =$ ....

Remarque :
On ne peut comparer des proportions que si la population de référence est la même.

Exemple :
61,3 % des élèves d'une classe font en première langue anglais et 15,2 % font Allemand en première langue. Alors .... soit .... % des élèves font anglais ou allemand en première langue, les LV1 Allemands et LV1 anglais forment ici des populations disjointes. Par contre, il n'y a pas de sens à additionner les 53,6 % qui font LV2 Italien et les 12 % qui font LV3 Grec car certains LV2 Italiens peuvent aussi faire Grec.