PS	Devoir commun de Mathématiques n°1	mardi 6 décembre 2011
	Calculatrices autorisées	Durée : 2 h

Exercice 1 : Probalités (5 points) *(On donnera le résultat sous forme de valeur exacte)*

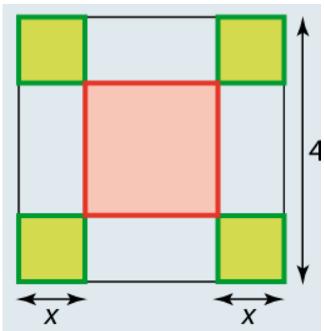
Un sac contient 10 boules : 5 boules vertes ; 3 boules jaunes et 2 boules noires.

- On tire successivement deux boules sans remise de la 1ère boule tirée.
- Au tirage, la variable aléatoire S prend les valeurs égales à la somme des points obtenus avec les 2 boules tirées :
  - Une boule verte rapporte : -3
  - Une boule jaune rapporte : +1
  - Une boule noire rapporte : +5

1) Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré, en faisant intervenir seulement les trois couleurs.
2) a) Montrer que la variable aléatoire S peut prendre les valeurs : {-6; -2; +2; +6; +10}
   b) Détailler le calcul de P(S = +2) en termes d'événements.
   c) Dresser le tableau de la loi de probabilité de la variable aléatoire S
3) a) Déterminer l'espérance mathématique de S (rappeller la formule utilisée et détail du calcul)
   b) Interpréter le résultat de la question a)
   c) Le jeu est il équitable ?

Exercice 2 : Second degré (5 points)

1) Soit un carré de côté 4 cm. Les quatre coins sont des carrés de côté x avec $0 \leqslant x \leqslant 2$.
   - On note A(x) l'aire constituée des 5 carrés coloriés.
   - On note B(x) l'aire des quatre rectangles restants.



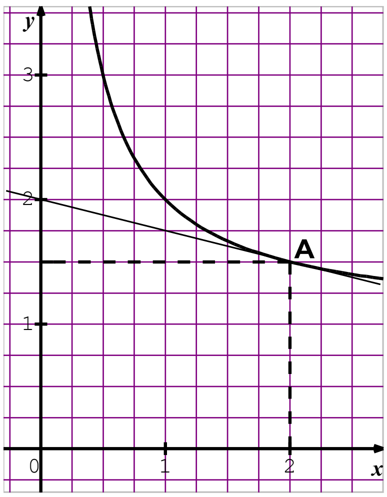
   a) Justifier par un calcul que $A(x) = 8x^2 - 16x + 16$
   b) Dresser le tableau de variation de A(x) sur [0 ; 2] et en déduire la valeur de x pour laquelle A(x) est minimale, calculer cette valeur
   c) Justifier par un calcul que $B(x) = -8x^2 + 16x$
   d) Résoudre A(x) = B(x)

2) Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -7x^2 + 16x + 15$
   a) Résoudre g(x) = 0
   b) Factoriser g(x) si c'est possible
   c) Déterminer le tableau de signe de g(x) et résoudre $g(x) \geqslant 0$

Exercice 3 :Tangentes et dérivées (2 points)

1) f est la fonction définie sur [0; +∞[par $f(x) = x^3$. On appelle C_f sa courbe représentative.
   a) Rappeller f '(x) , puis calculer f '(-2)
   b) Déterminer une équation de la tangente à C_f en B d'abscisse -2

2) La fonction g, représentée ci contre, est dérivable pour tout nombre a de]0; +∞[. Par lecture graphique, donner le coefficient directeur de la tangente en A, puis calculer une équation de cette tangente.



Exercice 4 – Géométrie repérée *(5 points)*

Toutes vos réponses seront justifiées. Tous les calculs seront exacts (pas de valeur approchée).
Bien respecter les consignes demandées. Porter beaucoup de soin à la figure.
Le plan est orienté positivement.

ABC est un triangle équilatéral tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3}$

BCD est un triangle équilatéral tel que $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\pi}{3}$

I est le milieu de $[BC]$, *E* est le symétrique de *D* par rapport à *C* et *F* le symétrique de *A* par rapport à *B*.

On munit le plan du repère orthonormé $(A, \vec{i}, \vec{j})$ tel que $\vec{i} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$.

1.Faire une figure avec $AB = 8\text{cm}$. *On laissera les traits de construction apparents.*

2.Donner les coordonnées de A, B dans le repère choisi. Montr*e*r que C a pour abscisse 2. Donner les coordonnées des *p*oint*s* C et D.

3.Montrer que les coordonnées du milieu *I* de $[BC]$ sont $(3, \sqrt{3})$.

4.Calculer les coordonnées du point *E* et enfin celles de *F*.

5.Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EI}$ et $\overrightarrow{EF}$. Qu'en déduisez-vous ?

6.Calculer les distances *EI* et *EF*. Qu'en déduisez-vous ?

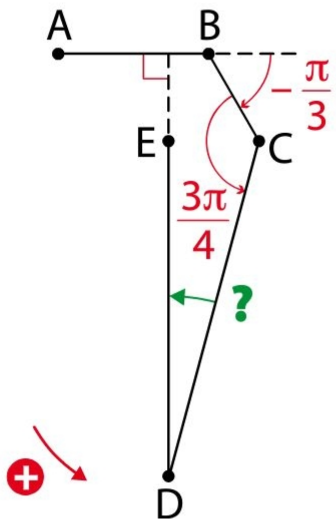
7.Donner une équation de la droite *(EI)* et vérifier que $F \in (EI)$.

Exercice 5 – Angles Orientés *(2,5points)*

<u>Première partie: (1 point)</u> On considère la figure ci contre.

$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = -\frac{\pi}{3}$; $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{3\pi}{4}$ et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{ED}) = -\frac{\pi}{2}$

Calculer la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DE})$



<u>Deuxième partie : QCM (une bonne réponse rapporte 0,5 point et une mauvaise réponse enlève 0,25 point)</u>

1.On donne : $(-\vec{u}, -\vec{v}) = \frac{-57\pi}{2}$, $(-\vec{w}, -\vec{v}) = \frac{295\pi}{11}$, $(\vec{t}, \vec{w}) = \frac{-70\pi}{3}$.

La mesure principale de l'angle $(\vec{u}, \vec{t})$ est :

a) $\frac{7\pi}{33}$ b) $\frac{-5\pi}{6}$ c) $\frac{\pi}{66}$ d) $\frac{-13\pi}{66}$

2.On considère un angle $t \in [0; \frac{\pi}{2}]$ tel que $\sin t = \frac{3}{5}$. $\cos t$ vaut :

a) $\frac{16}{25}$ b) $\frac{4}{5}$ c) $\sqrt{1 - \frac{9}{25}}$ d) $-\frac{4}{5}$

3.Les solutions dans] $-\pi ; \pi$ [de l'équation $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ sont les réels :

a) $\frac{\pi}{4}$ et $7\frac{\pi}{4}$ b) $\frac{\pi}{4}$ et $-\frac{\pi}{4}$ c) $\frac{\pi}{4} + 2k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$.