Optimisation - Algorithmique

Exercice 1.

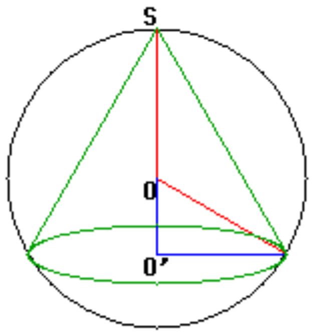
Le plus grand cône

On construit un cône dans une sphère de centre O et de rayon R comme indiqué sur la figure.

On veut déterminer la distance OO' pour que ce cône ait un volume maximal.

1. On note $OO' = h$. Donner l'expression algébrique de $V(h)$ représentant le volume du cône en fonction de h et de R :
   $V(h)$= ___________
2. Déterminer la hauteur h_0 en fonction de R pour laquelle le volume du cône est maximal :
   h_0= ___________

Taper "pi" pour π *et "sqrt(a)" pour* $\sqrt{a}$.



Exercice 2.

Un coffre à bijoux a la forme d'un parallélépipède rectangle à base carrée et a un volume imposé de 0.5 L (0.5 dm^3).

Le matériau utilisé pour construire les bases coûte 200 euros le mètre carré et celui utilisé pour construire la surface latérale coûte 400 euros le mètre carré.

1. Exprimer le prix de revient $P(a)$ en fonction du côté a (en dm) de la base carrée:
   $P(a) =$ ___________
2. En déduire les dimensions de la boîte pour que le prix de revient soit minimal.
   côté de la base: ___________ dm
   Hauteur de la boîte : ___________ dm

Exercice 3.

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $O, \vec{i}, \vec{j}$.

Une droite d non parallèle aux axes et de pente négative passant par le point $A(5,5)$ coupe l'axe des abscisses en M et l'axe des ordonnées en N.

Déterminer l'équation réduite d pour que le triangle OMN ait une aire minimale.

$$y = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

Exercice 4.

On considère un carré ABCD de côté 1.
On note I le milieu de [AB] et J celui de [AD].
Un point M se déplace sur le segment [AI], on note $x = \mathrm{AM}$.
Soit N le point de [BC] tel que le triangle JMN soit rectangle en M.

1. Déterminer en fonction de x l'aire du triangle JMN:
   Aire = ___________
2. Quelle est la valeur de x rendant cette aire minimale?
   x= ___________

Indication: on remarquera que les triangles AMJ *et* BNM *sont semblables!*

Exercice 5.

Le parc d'attraction Totoland a ouvert en 2007 et a reçu 3474 visiteurs avec un billet d'entrée valant 10 euros.
Une étude de marché a montré que si le prix du billet d'entrée augmentait de 4 euros, le nombre de visiteurs baisserait de 10 %, et que si le prix baissait de 4 euros, le nombre de visiteurs augmenterait de 10 %.

On fait l'hypothèse que cette étude de marché se prolonge ainsi à toute hausse ou baisse du prix du billet.

On veut déterminer quel prix du billet d'entrée en 2008 permettrait de réaliser une recette maximale:

1. Exprimer la recette R réalisée en fonction du prix p du billet d'entrée:
   $R(p)$= ___________
2. En déduire le prix p_0 correspondant au maximum de cette recette:
   p_0= ___________

Exercice 6. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	**n et k sont des entiers naturels**
	u est un réel
Entrée :	demander n
Initialisation :	u prend la valeur 0
Traitement :	pour k de 1 à n

	u prend la valeur 5 u+2
	fin pour
Sortie :	afficher u

Exécuter cet algorithme avec n=3 et donner la valeur de u affichée à la sortie.

____

Exercice 7. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	**n et k sont des entiers naturels**
	u est un réel
Entrée :	demander n
	u prend la valeur -2
Initialisation :	k prend la valeur 1
Traitement :	tant que k $\leq$ n
	u prend la valeur 5 u+3
	k prend la valeur k+1
Sortie :	fin tant que

Exécuter cet algorithme avec n=5 et donner la valeur de u affichée à la sortie.

____

Exercice 8.

On considère la suite (u_n) définie par $u_1 = 7$ et $u_{n+1} = 10u_n + 5$, pour tout entier naturel n.
Écrire un algorithme permettant de calculer le terme u_n.

(L'utilisateur rentre la valeur de n et l'ordinateur affiche u_n)

____
____
____
____
____
____

Exercice 9.

On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier n>0, par $u_n = \sum_{k=1}^{n} (5k^2)$.

Écrire un algorithme permettant de calculer le terme u_n.

(L'utilisateur rentre la valeur de n et l'ordinateur affiche la valeur u_n).

____
____
____
____
____
____

Exercice 10.

On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier n>0, par $u_n = \sum_{k=1}^{n} (4k^3)$.

Écrire un algorithme permettant de calculer le terme u_n.

(l'utilisateur rentre la valeur de n et l'ordinateur affiche la valeur u_n)

____
____
____
____
____
____
____
____

Exercice 11.

On considère la suite (U_n) définie par U_0=5 et $U_{n+1}=\frac{5}{7}U_n$ pour tout entier naturel n .

Cette suite est géométrique de raison strictement positive q ___________ et de premier terme U_0 positif. Elle est donc ___________ .

Exercice 12.

On considère la suite (U_n) définie par U_1=1 et $U_{n+1}=-5.U_n+5$ pour tout entier naturel n ≥1 .

Compléter l'algorithme suivant permettant de calculer U_9

u:= ___________
Pour n de ___________ à ___________
u:= ___________
Fin pour
Afficher ___________

Réponse à l'exercice 1.

- *V(h)* : `(pi* (sqrt(R^2-h^2))^2)*(R+h)/3`
- h_0 : `R/3`
- r_0 :
- α :

Réponse à l'exercice 2.

- $P(a)$: `4*a^2+8.0/a`
- *côté de la base* : `1`
- *hauteur de la boîte* : `1/2`

Réponse à l'exercice 3.

- *equation* : `-1*x+10`

Réponse à l'exercice 4.

- *Aire* : `(1-x)*(x^2+1/4)`
- *x* : `1/6`

Réponse à l'exercice 5.

- *Recette* : `3474*(1-(p-10)/40)*p`
- *prix recherché* : `25`

Réponse à l'exercice 6.

- *La valeur affichée de u est :* : `62`

Réponse à l'exercice 7.

- *La valeur affichée de u est :* : `-3907`

Réponse à l'exercice 11.

- `<1`
- `strictement décroissante`
- `5`
- `0`
- `u`
- `>`
- `0.001`
- `5/7*u`
- `n+1`
- `n`
- `26`

Réponse à l'exercice 12.

- `1`

- 2
- 9
- -5*u +5
- u
- 65105